

## Sujet 1.

### ★ Exercice 1.

1. Calculer la dérivée de  $f(x) = (1+x)\ln(1+x)$ .
2. Résoudre sur  $] -1, +\infty[$  l'équation différentielle suivante :

$$(E) : (1+x)y'(x) + y(x) = 1 + \ln(1+x).$$

### ★ Exercice 2.

 En faisant un changement de variable, calculer l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 \frac{1}{1+e^{-x}} dx$$

### ★ Exercice 3.

 Dénombrer les anagrammes des mots suivant :

MATHS

RIRE

ANANAS

---

## Sujet 2.

★ Exercice 1. On dispose dans un plan  $n$  droites avec  $n \geq 3$  de telles sortes que deux droites ne soient jamais parallèles, et trois droites ne soient jamais concourantes. Combien de triangles a-t-on ainsi tracé ?

★ Exercice 2. Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle  $(E) : y'(x) + 2y(x) = x^2 - 2x + 3$ .

★ Exercice 3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose  $I_n = \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^n} dx$ .

1. Calculer  $I_1$  et interpréter graphiquement cette valeur.
  2. A l'aide d'une intégration par parties, montrer que  $I_{n+1} = \frac{2n-1}{2n} I_n + \frac{1}{n2^{n+1}}$ .
  3. En déduire la valeur de  $I_3$ .
- 

## Sujet 3.

★ Exercice 1. Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle  $(E) : y'(x) + y(x) = x \exp(-x)$ .

★ Exercice 2. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. Combien de tirages différents peut-on obtenir :

- contenant 2 carreaux et 3 trèfles
- contenant 5 piques ou 5 coeurs
- sans imposer de contraintes sur les cartes

★ Exercice 3. On considère la fonction  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ .

1. Calculer la valeur de l'intégrale  $J = \int_1^2 f(x) dx$ . A quoi correspond  $J$  ?
2. En déduire la valeur de l'intégrale  $I = \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$ .