Sujet 1.

★ **Exercice 1.** Dire dans chaque cas si les vecteurs sont coplanaires :

1. $u = (1, 2, -1)$, $v = (1, 0, 1)$ et $w = (0, 0, 1)$
2. $u = (1, 2, -1)$, $v = (1, 0, 1)$ et $w = (-1, 2, -3)$

★ **Exercice 2.** Déerminer le projeté orthogonal H du point $M = (x, y, z)$ sur le plan P déterminé par les trois points $A = (1, 2, 3)$, $B = (0, 1, 5)$ et $C = (2, 3, 4)$.

★ **Exercice 3.** Soient $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ deux suites réelles définies par $u_0 = 4, \quad u_{n+1} = 2u_n - 3$ et $v_n = u_n - 3$.

1. Déterminer la nature des suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$.
2. Déterminer l'expression générale de (v_n) en fonction de n, puis de même pour u_n.
3. Calculer la somme des 11 premiers termes de u_n.

Sujet 2.

★ **Exercice 1.** On considère les deux vecteurs suivants dans $\mathbb{R}^3$: $u = (1, -1, -1)$ et $v = (2, -1, 2)$. Trouver un vecteur w tel que u, v et w soient coplanaires.

★ **Exercice 2.** On considère les plans P et P' d'équations respectives $x + 2y - 5 = 0$ et $x + y + z - 3 = 0$.

1. Vérifier que P et P' ne sont pas parallèles, puis donner une représentation paramétrique de l'intersection.
2. Donner une équation du plan P'' perpendiculaire à d et passant par le point A de coordonnées $(1, 0, -1)$.
3. Montrer sans calculs que P, P et P'' sont concourants et donner les coordonnées du point commun B.

★ **Exercice 3.** Soient $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ deux suites réelles définies par $u_0 = 3, \quad u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1}$ et $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n - 1}$

1. Démontrer que pour tout $n \geq 0$, $u_n > 1$.
2. Démontrer que $(v_n)_n$ est une suite géométrique et donner l'expression de son terme général.
3. Etudier la convergence de $(u_n)_n$.

Sujet 3.

★ **Exercice 1.** On considère les deux vecteurs suivants dans $\mathbb{R}^2$: $u = (1, 2)$ et $v = (3, 5)$. Montrer que $\{u, v\}$ est une base de $\mathbb{R}^2$, puis calculer les coordonnées de $w = (2, 3)$ dans cette base.

★ **Exercice 2.** On considère les deux droites d et d' de représentation paramétrique respective

$$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & -2 + t \\ y & = & 2 - t \\ z & = & 1 + 4t \end{array}\right. \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{rcl} x & = & 3 + t \\ y & = & -2 + 3t \\ z & = & 1 + t \end{array}\right.$$

Démontrer que les droites d et d' ne sont pas coplanaires.

★ **Exercice 3.** Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 1$ et $(u_n)_n$ la suite définie par $u_{n+1} = au_n + b$.

1. Quelle est la seule limmite possible l de la suite (u_n) ?
2. Soit $v_n = u_n - l$. Montrer que $(v_n)_n$ est une suite géométrique et en déduire la nature de $(u_n)_n$.
3. On considère un carré de côté 1 que l'on partage en 9 carrés égaux, puis on colorie le carré central. Pour chaque carré non-colorié, on réitère le procédé. On note u_n l'aire coloriée après l'étape n. Quelle est la limite de la suite $(u_n)_n$?