

## Sujet 1.

### ★ Exercice 1.

1. (Cours) Démontrer que  $\forall a \in \mathbb{R}, \cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$ .
2. En déduire les valeurs exactes de

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right), \quad \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \quad \text{et} \quad \tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

### ★ Exercice 2.

 Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ .

1. Démontrer que  $f$  est une bijection de  $\mathbb{R}$  sur un intervalle que l'on précisera.
2. Déterminer la réciproque  $f^{-1}$  de  $f$ .

### ★ Exercice 3.

 Résoudre dans  $\mathbb{R}_+^*$  l'équation (E) :  $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$ .

## Sujet 2.

### ★ Exercice 1.

1. (Cours) Énoncer proprement le théorème de la bijection.
2. On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -1 + e^{x-1} + \ln x$ .
  - i) Donner le domaine de définition  $D_f$  de  $f$ .
  - ii) Démontrer que  $f$  est bijective de  $D_f$  sur un intervalle que l'on précisera.
  - iii) Calculer  $f^{-1}(0)$ .

### ★ Exercice 2.

 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation (I) :  $\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 

### ★ Exercice 3.

 Calculer les valeurs exactes de :

$$\cos\left(\frac{538\pi}{3}\right), \quad \sin\left(\frac{123\pi}{6}\right), \quad \tan\left(-\frac{77}{4}\right)$$

## Sujet 3.

### ★ Exercice 1

1. (Cours) Donner la définition de la fonction arctan, préciser sa parité, dérivée, ses variations et limites.
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $\arctan(x^2 - 2x) = \frac{3\pi}{4}$ .

### ★ Exercice 2.

 Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \ln(|\sin(\frac{\pi}{2}x)|)$ .

1. Donner le domaine de définition de  $f$  puis étudier sa parité.
2. Montrer que  $f$  est 2-périodique.

### ★ Exercice 3.

 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $2\cos^2(x) + 9\cos(x) + 4 = 0$ .